

Εργαστήριο 5. Αριθμητική Επίλυση ΜΔΕ

Έστω u η λύση του προβλήματος αρχικών τιμών

$$u_t(x, t) + \nu u_x(x, t) = 0, (x, t) \in \mathbb{R} \times [0, T],$$

$$u(x, 0) = g(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (1) Γράψτε μια συνάρτηση η οποία να υλοποιεί την μέθοδο Lax–Wendroff. Ως όρισμα να δέχεται τα άκρα ενός διαστήματος $[a, b]$, δύο πραγματικούς αριθμούς $T \geq t > 0$, δύο φυσικούς αριθμούς N, M και να επιστρέφει ως αποτέλεσμα δύο διάνυσματα $N + 2$ -θέσεων, το ένα να περιέχει τα σημεία ενός ομοιόμορφου διαμερισμού με βήμα $(b - a)/(N + 1)$ και το δεύτερο τη λύση στο χρόνο t .
- (2) Έστω $\nu = 1$ και θέτουμε στο διάστημα $[0, 1]$, $g(x) = 1$ και $g(x) = 0$ διαφορετικά. Η ακριβής λύση αυτού του προβλήματος είναι $u(x, t) = g(x - t)$. Θέλουμε να βρούμε τη λύση αν $T = 7$, με $M = 50, 72, 100$, $N = 200$, στο χρόνο $t = 7$. Σχεδιάστε την ακριβή λύση και τις τέσσερις προσεγγιστικές λύσεις. Βρείτε το λόγο $\lambda = k/h$ στις παραπάνω περιπτώσεις.
- (3) Επαναλάβεται για την αμέση μέθοδο χρησιμοποιώντας κεντρικές διαφορές και τη πεπλεγμένη μέθοδο με κεντρικές διαφορές.