

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕΡΙΚΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ  
ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

1η Εργαστηριακή Άσκηση

Θεωρούμε το εξής πρόβλημα δύο σημείων:

$$(1) \quad \begin{aligned} -a(x)u''(x) + p(x)u'(x) + q(x)u(x) &= f(x), \quad x \in [0, 1], \\ u(0) &= c, \quad u(1) = d, \end{aligned}$$

με  $a, p, q, f \in C([0, 1])$  και  $a(x), q(x) > 0$  για  $x \in [0, 1]$ . Θεωρείστε ένα διαμερισμό του  $[0, 1]$  με κόμβους  $x_i = ih$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, N + 1$ , και  $h = \frac{1}{N+1}$ . Κατασκευάστε μια μέθοδο πεπερασμένων διαφορών για την προσέγγιση της λύσης της διαφορικής εξίσωσης.

Γράψτε ένα πρόγραμμα, σε Matlab, που να επιλύει αριθμητικά το πρόβλημα (1), με την μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών. Ως δεδομένα θα δέχεται το πλήθος των σημείων  $N$  και τις συνοριακές τιμές  $c$  και  $d$ . Ως αποτέλεσμα θα παίρνουμε δύο διανύσματα, το ένα θα περιέχει τα σημεία του διαμερισμού και το δεύτερο την προσέγγιση της λύσης στα σημεία του διαμερισμού.

**Σημείωση:** Για τη λύση του γραμμικού συστήματος που προκύπτει μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την εντολή της Matlab `\`.

**Εφαρμογές:**

- Εκτελέστε το παραπάνω πρόγραμμα για  $a(x) = 1$ ,  $p(x) = 0$ ,  $q(x) = 1$ ,  $f(x) = \sin(2\pi x)$ ,  $x \in [0, 1]$ ,  $c = d = 0$  και  $N = 2, 6, 10$ .
- Εκτελέστε το παραπάνω πρόγραμμα για  $a(x) = 1$ ,  $p(x) = x^2/\epsilon$ ,  $q(x) = 1/\epsilon$ ,  $f(x) = 0$ ,  $x \in [0, 1]$ ,  $c = d = 1$ ,  $\epsilon = 1$  και  $\epsilon = 10^{-2}$  και  $N = 10, 20, 120$ .

**Εξέταση**

Μπορείτε να δουλέψετε σε ομάδες των δύο ατόμων αν θέλετε αλλά ο συνεργάτης σας πρέπει να είναι πάντα ο ίδιος και στις επόμενες εργαστηριακές ασκήσεις. Ονόμαστε το πρόγραμμά σας `bvpXXXX.m` όπου `XXXX` είναι ο αριθμός μητρώου σας (αν είστε σε ομάδα διαλέξτε το μικρότερο από τους δύο αριθμούς μητρώου). Μην ξεχάσετε να γράψετε τα ονόματά σας σε κάποιο σχόλιο στην αρχή του προγράμματος. Κατά την εξέταση θα πρέπει να είστε σε θέση να απαντήσετε σε τυχόν ερωτήσεις που θα

2

σας τεθούν. Στείλτε με e-mail (ως attached) το πρόγραμμα σας στην περιοχή [math2513@math.uoc.gr](mailto:math2513@math.uoc.gr).

**Ημερομηνία παράδοσης: 15/11/2011.**