

ΜΑΘ 237 – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ
ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 3

1. Έστω ο πίνακας

$$A = \begin{pmatrix} 3.333 & 15920 & 10.333 \\ 2.222 & 16.710 & 9.6120 \\ -1.5611 & 5.1792 & -1.6855 \end{pmatrix}$$

και $b = (7953, 0.965, 2.714)^T$. Η λύση του γραμμικού συστήματος $Ax = b$ είναι $x = (1, 0.5, -1)^T$. Κάνοντας πράξεις με διπλή ακρίβεια βρείτε τη λύση του παραπάνω γραμμικού συστήματος στον Η/Υ, κάνοντας απλή οδήγηση, μερική οδήγηση και ολική οδήγηση. Τι παρατηρείτε; Στη ιστοσελίδα του μαθήματος δίνεται η συνάρτηση MATLAB `lugui.m`. Εκτελέστε αυτή την εντολή με την παράμετρο `'pick'`, ώστε σε κάθε βήμα της απολοίφης να επιλέγεται τον κατάλληλο οδηγό για κάθε μια από τις μεθόδους απαλοίφης.

2. Αν $1 \in \sigma(\mathcal{L}_\omega)$, όπου \mathcal{L}_ω ο επαναληπτικός πίνακας της SOR μεθόδου, τότε ο πίνακας A με τον οποίο συνδέεται ο \mathcal{L}_ω δεν είναι αντιστρέψιμος.
3. Να αποδειχτεί, με οποιοδήποτε τρόπο, ότι η μέθοδος SOR, που αντι-

στοιχεί στον πίνακα $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ συγκλίνει $\forall \omega \in (0, 2)$.

4. Δίνεται το γραμμικό σύστημα $Ax = b$ με $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

- (α) Να εξεταστούν ως προς τη σύγκλιση οι μέθοδοι Jacobi και Gauss-Seidel
(β) Να βρεθεί η βέλτιστη τιμή της παραμέτρου $\omega \in \mathbb{R}$ για την SOR μέθοδο
(γ) Να γίνει σύγκριση των τριών μεθόδων ως προς την ταχύτητα σύγκλισης.