

Ασκήσεις - 8
ΜΑΘ 2515 – Αριθμητική Γραμμική Άλγεβρα

1. Χρησιμοποιήστε μια κατάλληλη επαναληπτική μέθοδο με αρχικό διάνυσμα $x^{(0)} = (1, 1, 1)^T$, για να βρεθούν κατά προσέγγιση, μετά από δύο επαναλήψεις, η απόλυτα μικρότερη ιδιοτιμή και το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα του πίνακα A ,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Δίνεται ο πίνακας

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Να προσεγγιστεί η ιδιοτιμή του A , που βρίσκεται κοντά στον αριθμό 3, με κάποια παραλλαγή της μεθόδου των δυνάμεων και με αρχικό διάνυσμα $x^{(0)} = [1, 0, 0]^T$, εκτελώντας τρεις επαναλήψεις.

3. Δίνεται ο πίνακας

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Να προσεγγιστεί η ιδιοτιμή του A , που βρίσκεται κοντά στον αριθμό $1/2$, με κάποια παραλλαγή της μεθόδου των δυνάμεων και με αρχικό διάνυσμα $x^{(0)} = [1, 1, -1]^T$, εκτελώντας τρεις επαναλήψεις.

4. Δείξτε ότι ο πίνακας A ,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

είναι θετικά ορισμένος. Να προσεγγίσετε τη μικρότερη ιδιοτιμή του και το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα, εκτελώντας τρεις επαναλήψεις με τη μέθοδο των αντίστροφων δυνάμεων και με αρχικό διάνυσμα το $(0, 1, 0)^T$. Για τη λύση των γραμμικών συστημάτων να χρησιμοποιηθεί η ανάλυση Cholesky.

5. Δείξτε ότι ο πίνακας A ,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

είναι θετικά ορισμένος. Να προσεγγίσετε την απόλυτα μικρότερη ιδιοτιμή του και το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα, εκτελώντας τρεις επαναλήψεις με τη μέθοδο των αντίστροφων δυνάμεων κα με αρχικό διάνυσμα το $(0, 1, 0)^T$. Για τη λύση των γραμμικών συστημάτων να χρησιμοποιηθεί η ανάλυση Cholesky, διατηρώντας ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου στους ενδιάμεσους υπολογισμούς.

6. Δίνεται ο πίνακας A ,

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Να προσεγγίσετε την απόλυτα μεγαλύτερη ιδιοτιμή του και το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα, εκτελώντας δύο επαναλήψεις με τη μέθοδο των αντίστροφων δυνάμεων κα με αρχικό διάνυσμα το $(0, 1, 0)^T$.