

Θεωρία Προσεγγίσεων και Εφαρμογές  
1η Εργαστηριακή Άσκηση

Για μια συνάρτηση  $f \in C[-1, 1]$  να βρείτε το πολυώνυμο βέλτιστης προσέγγισης  $p^* \in \mathbb{P}_n$  ως προς  $\|\cdot\|$ , όπου

$$\|g\| = \left( \int_{-1}^1 |g(x)|^2 dx \right)^{1/2}.$$

Για την κατασκευή του  $p^*$  να χρησιμοποιήσετε τα ορθογώνια πολυώνυμα Legendre.

Για την κατασκευή υλοποιήστε τα ακόλουθα βήματα

- (1) Γράψτε μια συνάρτηση Matlab την οποία θα ονομάσετε `legendreXXXX`, για να υπολογίσετε την τιμή του πολυωνύμου Legendre  $P_n(x)$ , όπου XXXX είναι ο αριθμός μητρώου σας.

```
function y=legendreXXXX(x,n)
```

⋮

όπου  $x$  το σημείο που θέλουμε να υπολογίσουμε την  $P_n$  και  $n$  ο βαθμός του  $P_n$ .

- (2) Γράψτε μια συνάρτηση Matlab την οποία θα ονομάσετε `bestlegendreXXXX`, για να υπολογίσετε την τιμή του πολυωνύμου  $p^*(x)$ , όπου XXXX είναι ο αριθμός μητρώου σας.

```
function y=bestlegendreXXXX(fun,x,n)
```

⋮

όπου `fun` είναι η συνάρτηση που θέλουμε να προσεγγίσουμε και είναι μεταβλητή τύπου `function handle` της Matlab,  $x$  το σημείο που θέλουμε να υπολογίσουμε την  $p^*$  και  $n$  ο βαθμός του  $p^*$ .

Παρατηρήσεις

- Για πληροφορίες σχετικά με μεταβλητές τύπου `function handle` μπορείτε να ανατρέξετε στο `Help` της Matlab. Στα παραδείγματα που παρουσιάστηκαν στα Εργαστήρια έγινε χρήση τέτοιων μεταβλητών.

- Για τον υπολογισμό των ολοκληρωμάτων που θα χρειαστείτε για να βρείτε την  $p^*$ , μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την εντολή `quad` ή `quadl` της Matlab. Στα παραδείγματα που παρουσιάστηκαν στα Εργαστήρια έγινε χρήση της εντολής `quadl`.

### Εφαρμογές

Βρείτε τη γραφική παράσταση των πολυωνύμων  $p^*$  για  $n = 5, 10, 15$  για τις παρακάτω συναρτήσεις

$$(1) f(x) = \sin(3e^x)$$

$$(2) f(x) = \sin(6x) + \sin(60e^x)$$

$$(3) f(x) = \frac{1}{1 + 1000(x + 0.5)^2} + \frac{1}{\sqrt{1 + 1000(x - 0.5)^2}}$$

### Εξέταση-Παράδοση

Θα πρέπει να υποβάλετε τις δύο συναρτήσεις-προγράμματα `legendre-XXXX.m` και `bestlegendreXXXX.m` στο ηλεκτρονικό σύστημα που βρίσκεται στη σελίδα <http://fourier.math.uoc.gr/moodle>. Για να μπορέσετε να υποβάλετε ηλεκτρονικά την εργασία σας πρέπει να εγγραφείτε πρώτα στο ηλεκτρονικό σύστημα που βρίσκεται στην παραπάνω διεύθυνση και στη συνέχεια και στο μάθημα Θεωρία Προσεγγίσεων και Εφαρμογές που βρίσκεται στην παραπάνω σελίδα. Κατά τη διάρκεια της εξέτασης θα σας ζητηθεί να παρουσιάσετε τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις στον Η/Υ, να εξηγήσετε τα προγράμματα σας καθώς και να απαντήσετε και σε άλλες τυχόν σχετικές ερωτήσεις. Η εξέταση θα πραγματοποιηθεί στις 5/4/2012, την ώρα του Εργαστηρίου. Σε περίπτωση που δεν μπορείτε να εξεταστείτε σε άλλη ημερομηνία, η οποία δεν μπορεί να είναι μετά την τελική εξέταση του μαθήματος.

**Ημερομηνία παράδοσης: 4/4/2012.**