

ΟΛΟΗΜΕΡΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Φυλλάδιο 4

Τετάρτη, 28/3/2012

Ασκήσεις Γραμμικής Άλγεβρας

Άσκηση 4.1 Να βρεθεί μια βάση για τον χώρο λύσεων του ομογενούς συστήματος με πίνακα συντελεστών τον

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 11 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 & -9 & -5 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & -11 & -3 & -3 \end{bmatrix},$$

δηλαδή, μια βάση του υποχώρου $\mathcal{N}(A)$ του \mathbb{R}^6 . Μετά να δοθεί η γενική λύση του συστήματος $A\mathbf{X} = \mathbf{b}$, όπου

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Άσκηση 4.2 Να εξεταστεί αν το σύστημα $A\mathbf{X} = \mathbf{b}$ έχει λύση, όπου

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Μετά, χωρίς να κάνετε καθόλου πράξεις, απαντήστε αν η στήλη \mathbf{b} ανήκει στον διανυσματικό υπόχωρο του \mathbb{R}^4 , τον οποίον παράγουν οι στήλες του A .

Ασκήσεις Απειροστικού II

Άσκηση 4.3

(α') Βρείτε ένα διάνυσμα $V(x, y, z)$ κάθετο στην επιφάνεια

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} + (x^2 + y^2)^{3/2}.$$

σε ένα σημείο (x, y, z) τής επιφάνειας, $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$.

(β') Βρείτε το συνημίτονο τής γωνίας θ μεταξύ τού $V(x, y, z)$ και τού άξονα z και υπολογίστε το όριο τού $\cos \theta$ καθώς $(x, y, z) \rightarrow (0, 0, 0)$.

Άσκηση 4.4 Το ανάδελτα μιας συνάρτησης σε κάθε σημείο (x, y, z) είναι πάντα παράλληλο με το διάνυσμα (x, y, z) . Δείξτε ότι η συνάρτηση παίρνει ίσες τιμές στα σημεία $(0, 0, a)$ και $(0, 0, -a)$ για κάθε a .