

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι-ΑΣΚΗΣΕΙΣ 2**

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ, ΤΜΕΜ

1. ΠΑΡΑΔΩΣΤΕ ΜΟΝΟ ΤΙΣ 6,7,8,9,10

1. Υπολογίστε τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{x + 2}.$$

2. Υπάρχουν τα παρακάτω όρια;

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{x + 3}.$$

3. Βρείτε χρησιμοποιώντας μόνο τον ορισμό, τις παραγώγους των:

- i)  $x^2 + 1$ ,
- ii)  $x^3$ ,
- iii)  $2x^2 - 3x$ ,
- iv)  $\frac{1}{x+1}$ .

4. Βρείτε τις κλίσεις των παρακάτω συναρτήσεων στα σημεία που υποδεικνύονται:

$$\text{i) } y = x^{2/3}, (8, 4) \quad \text{ii) } y = \frac{3x^2}{5} - 2x^8, (1, -7/5).$$

5. Παραγωγίστε τις παρακάτω ως προς  $x$ :

- i)  $7x^3 + 4x^2$ ,
- ii)  $2x^{1/3}$ ,
- iii)  $x^{-3/4}/2$ ,
- iv)  $(2x^2 - 1)(x^2 + 4)$ .
- v)  $\frac{2x^2-1}{x^2+4}$ .
- vi)  $(1 - 5x^2)^6$ .
- vii)  $\sqrt{x/(1-x)}$ .
- viii)  $\sin(3x) + \cos^3(x)$ .
- ix)  $\ln(\cos(x)) + e^{5-3x}$ .

6. Ένα σωματίδιο κινούμενο στο χρόνο  $t$  διανύει απόσταση

$$s(t) = t^3 - 2t + 1.$$

Σε ποια χρονική στιγμή έχει μηδενική επιτάχυνση;

7. Βρείτε (αν υπάρχουν) τα ακρότατα σημεία και τα σημεία καμπής των

$$y = x^3 - 5x^2 + 3x, \quad y = \frac{x}{1+x^2}.$$

8. Η συγκέντρωση  $b$  του  $B$  στις διαδοχικές αντιδράσεις



δίνεται από την

$$b = b(t) = a_0 \left( \frac{k_1}{k_2 - k_1} \right) \cdot (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}).$$

Βρείτε τη χρονική στιγμή  $t_0$  στην οποία η συγκέντρωση μεγιστοποιείται.

9. Η πιθανότητα  $P$  να βρεθεί ηλεκτρόνιο στην πρώτη στοιβάδα του ατόμου του υδρογόνου σε απόσταση  $r$  από τον πυρήνα, δίνεται από την

$$P = P(r) = 4\pi r^2 \left( \frac{e^{-2r/a_0}}{\pi a_0^2} \right),$$

όπου  $a_0$  είναι σταθερά. Σε ποια απόσταση μεγιστοποιείται η  $P$ ;

10. Η πιθανότητα  $P$  ενός μορίου μάζας  $m$  σε ένα αέριο σε θερμοκρασία  $T$  να έχει ταχύτητα  $c$  δίνεται από την

$$P = P(T) = c^2 \cdot \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \cdot e^{-mc^2/2kT},$$

όπου  $k$  είναι η σταθερά Boltzmann. Δείξτε ότι η μέγιστη πιθανότητα είναι για  $c = \sqrt{2kT/m}$ .