

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι-ΑΣΚΗΣΕΙΣ 5

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Ι.Δ. ΠΛΑΤΗΣ, ΤΜΕΜ

## 1. ΠΑΡΑΔΟΣΗ ΤΗΝ ΠΕΜΠΤΗ 02/11

(Παραδώστε μόνο τις **2.**, **4.**).

## 1. Η έλλειψη

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a, b > 0$$

περιστρέφεται γύρω από τον  $x$ -άξονα. Αποδείξτε ότι ο όγκος του στερεού εκ περιστροφής είναι  $4\pi ab^2/3$ . Μαντέψτε (χωρίς να υπολογίσετε) τον όγκο του στερεού εκ περιστροφής της έλλειψης γύρω από τον  $y$ -άξονα.

**2.** Το κομμάτι της  $y = \sin(x)$  για  $x \in [0, \pi]$  περιστρέφεται γύρω από τον  $x$ -άξονα. Βρείτε τον όγκο του στερεού εκ περιστροφής.

**3.** Μία δύναμη  $F(t) = m \cos(\pi t)$  δρα σε σωματίδιο μάζας  $m$  στην θετική κατεύθυνση του  $x$ -άξονα σε χρόνο  $t$ . Το σωματίδιο αρχίζει την κίνησή του στο  $x_0 = 0$  στον χρόνο  $t_0 = 0$ . Ποιά είναι η ταχύτητά του  $v(t)$ ; Δείξτε ότι η κίνηση περιγράφεται από την

$$x(t) = \frac{1}{\pi^2}(1 - \cos(\pi t)).$$

Εστω  $x(T) = a$ . Ποιό είναι το έργο  $W$  που έχει παραχθεί ές εκείνη τη στιγμή;

(Υπόδειξη: Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα:  $F(t) = ma(t)$ , όπου  $a(t)$  είναι η επιτάχυνση).

**4.** Υπολογίστε τη μέση μοριακή ταχύτητα  $\bar{c}$  μορίων αερίου σε θερμοκρασία  $T$  που δίνεται από την

$$\bar{c} = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{mc^2}{2kT}} c^3 dc.$$

(Υπόδειξη: Για  $M > 0$ , βρείτε πρώτα το

$$I_M = \int_0^M e^{-\frac{mc^2}{2kT}} c^3 dc$$

και κατόπιν πάρτε το

$$\lim_{M \rightarrow +\infty} I_M.)$$