

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι- ΤΕΤΥ

Φυλλάδιο Ασκήσεων 4- (23/10/09)

- (1) Ποια η ελάχιστη περίμετρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμου εμβαδού 16cm^2 και ποιες οι διαστάσεις του;
- (2) Ποιες είναι οι διαστάσεις του ελαφρύτερου κυλινδρικού δοχείου που είναι ανοιχτό από πάνω και έχει χωρητικότητα 1000cm^3 ;
- (3) Ένα παράθυρο έχει σχήμα ορθογωνίου στο οποίο επικάθεται ημικύκλιο. Το ορθογώνιο τμήμα του παραθύρου αποτελείται από καθαρό γυαλί, ενώ το γυαλί του ημικυκλίου έχει απόχρωση που αφήνει να περάσει μόνο το μισό φως ανά μονάδα επιφάνειας σε σχέση με το καθαρό γυαλί. Η συνολική περίμετρος του παραθύρου είναι σταθερή. Να βρεθούν οι διαστάσεις του παραθύρου που αφήνουν να περάσει το περισσότερο φως. Αγνοήστε το πάχος του πλαισίου.
- (4) Οργανώνετε μια εκδρομή με τις ακόλουθες τιμές συμμετοχής:
- (a) 200Eur το άτομο αν 50 άτομα συμμετασχούν (που είναι και ο ελάχιστος αριθμός για να γίνει η εκδρομή).
- (b) Για κάθε επιπλέον άτομο, και για μέχρι 80 συνολικά επιβαίνοντες, η τιμή μειώνεται κατά 2Eur ανά άτομο.
- Το κόστος της εκδρομής είναι 6000Eur (πάγιο) συν 32Eur ανά άτομο. Για πόσους επιβάτες μεγιστοποιείται το κέρδος;
- (5) Οι συναρτήσεις θέσεως δύο σωματιδίων στον άξονα s είναι $s_1(t) = \sin t$ και $s_2(t) = \sin(t+\pi/3)$, όπου s_1, s_2 μετρούντε σε m και t σε sec .
- (i) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο σωματιδίων;
- (ii) Σε ποιές χρονικές στιγμές του διαστήματος $0 \leq t \leq 2\pi$ μεταβάλλεται με μέγιστο ρυθμό η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων;
- (6) Πόσο κοντά στο σημείο $(3/2, 0)$ διέρχεται η καμπύλη $y = \sqrt{x}$;
- (7) Βρείτε τη γραμμικοποίηση $L(x)$ της συναρτήσεως $f(x)$ στο σημείο $x = a$ όταν:
- (i) $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$, $a = -4$.
- (ii) $f(x) = \tan x$, $a = \pi$.
- (8) Επιλέξτε μια συνάρτηση $f(x)$, σημείο όπου η συνάρτηση $f(x)$ και η παράγωγος της υπολογίζονται εύκολα, και γραμμικοποίηση της συνάρτησης $f(x)$, ώστε να προσεγγίσετε τις τιμές:
- (i) $\sqrt[3]{8.5}$.
- (ii) $(1.00001)^{2009}$.

(9) Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο του Νεύτωνα για να εκτιμήσετε τα δύο σημεία μηδενισμού της συνάρτησης $f(x) = x^4 - x - 3$. Ξεκινήστε με $x_0 = -1$ για τη μικρότερη ρίζα και με $x_0 = 1$ για τη μεγαλύτερη. Σε κάθε περίπτωση βρείτε το x_2 .

(10) Μπορείτε να εκτιμήσετε τον αντίστροφο ενός αριθμού a χωρίς να εκτελέσετε την πράξη της διαίρεσης της μονάδας με a , αλλά εφαρμόζοντας τη μέθοδο του Νεύτωνα για τη συνάρτηση $f(x) = 1/x - a$.

(i) Δείξτε ότι στην περίπτωση αυτή ο αναδρομικός τύπος της ρίζας είναι $x_{n+1} = x_n(2 - ax_n)$.

(ii) Εάν $a = 3$ ξεκινήστε με $x_0 = 1/2$ και βρείτε το x_3 .