

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι- ΤΕΤΥ

Φυλλάδιο Ασκήσεων 8- (28/11/09)

(1) Να υπολογιστεί η μέση τιμή των παρακάτω συναρτήσεων στα δεδομένα διαστήματα:

(i) $f(x) = xe^x$ στο διάστημα $[-1, 1]$

(ii) $f(x) = (\cos x)^3$ στο διάστημα $[0, \pi/2]$

(iii) $f(x) = x^2\sqrt{x^3 + 1}$ στο διάστημα $[0, 1]$

(2) Βρείτε τα μήκη των καμπυλών:

(i) $y = 2/3x^{3/2}$ από $x = 0$ έως $x = 1$

(ii) $y = x^2/3 + 1/(4x)$ από $x = 1$ έως $x = 3$ (το $1 + (dy/dx)^2$ είναι τέλοιο τετράγωνο)

(3) Βρείτε τα μήκη των καμπυλών:

(i) $x = \cos t, y = \sin t, 0 \leq t \leq \pi$

(ii) $x = t^3, y = 3t^2/2, 0 \leq t \leq \sqrt{3}$

(iii) $x = 8 \cos t + 8t \sin t, y = 8 \sin t - 8t \cos t, 0 \leq t \leq \pi/2$

(4) Να υπολογιστεί ο όγκος κυλίνδρου ακτίνας a και ύψους h .

(5) Να υπολογιστεί ο όγκος πυραμίδας με τετράγωνη βάση πλευράς μήκους a και ύψους h .

(6) Να υπολογιστεί ο όγκος των στερεών που παράγονται αν περιστρέψουμε ως προς τον άξονα x τα χωρία που φράσσονται από τις ευθείες και τις καμπύλες που δίδονται:

(i) $y = x, y = 0, x = 1$

(ii) $y = x, y = 1, x = 1$

(iii) $y = x^2 + 1, y = x + 3$

(iv) $y = 4 - x^2, y = 2 - x$

(7) Το σχήμα ενός μπώλ μπορεί να παραχθεί αν περιστρέψουμε ως προς τον άξονα y το τμήμα της καμπύλης $y = x^2$ από $y = 0$ έως $y = 5$. Να βρεθεί ο όγκος του μπώλ.