

ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι- ΤΕΤΥ

Φυλλάδιο Ασκήσεων 9- (17/12/09)

(1) Ποιές από τις παρακάτω σειρές συγκλίνουν;

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+n}}$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{2^n}$

(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!2^n}$

(2) Να βρεθεί η ακτίνα σύγκλισης των παρακάτω δυναμοσειρών:

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^n$

(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$

(3) Να εκφραστεί ως δυναμοσειρά η παράγωγος και το αόριστο ολοκλήρωμα των δυναμοσειρών του (2).

(4) Να βρεθεί το ανάπτυγμα Taylor (με κέντρο το 0) των συναρτήσεων

(i) $f(x) = \cos(x^2)$

(ii) $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$

(iii) $f(x) = (x^2 + 1)e^{x^3}$

(5) Να εκφραστούν ως σειρά τα ολοκληρώματα:

(i) $\int_0^1 e^{x^3} dx$

(ii) $\int_0^1 \cos(x^2) dx$

(5) Κάνοντας χρήση κάποιου αναπτύγματος Taylor υπολογίστε τα όρια:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)-1}{x^2}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{x}$