



Παρασκευή 16 Οκτωβρίου 2020

Διδάσκοντες: Θ. Μήτσης, Α. Τερτίκας

ΑΝΑΛΥΣΗ Ι

Φυλλάδιο 3

1)[⊗]. Έστω x_n μια αύξουσα ακολουθία τέτοια ώστε η ακολουθία

$$\frac{x_n + x_{n+1} + \cdots + x_{2n}}{n}$$

είναι φραγμένη. Δείξτε ότι η x_n συγκλίνει.

2)[⊗]. Αποδείξτε ότι η ακολουθία

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n}, \quad n \in \mathbf{N},$$

είναι συγκλίνουσα.

3)[⊗]. Δίνεται η ακολουθία $\{x_n\}$ τέτοια ώστε $x_n > 0$ και

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = l > 1.$$

Αποδείξτε ότι

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty.$$

4)[⊗]. Δείξτε ότι αν μια ακολουθία x_n δεν είναι φραγμένη, τότε υπάρχει υπακολουθία x_{k_n} τέτοια ώστε $|x_{k_n}| \rightarrow +\infty$.

5). Αν $x_n \rightarrow +\infty$, δείξτε ότι

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \rightarrow +\infty.$$

6). Δίνεται η φραγμένη ακολουθία $\{a_n\}$ για την οποία επιπρόσθετα ισχύει:

$$4a_n \leq 3a_{n-1} + a_{n+1}, \quad n = 2, 3, \dots$$

Αποδείξτε ότι

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_{n+1} - a_n) = 0.$$

7). Αποδείξτε ότι η ακολουθία

$$a_n = \cos n, \quad n \in \mathbf{N},$$

δεν συγκλίνει.

8). Έστω x_n μια ακολουθία θετικών αριθμών τέτοια ώστε $x_n \rightarrow 0$. Δείξτε ότι η x_n έχει γνησίως φθίνουσα υπακολουθία. Έχει γνησίως αύξουσα υπακολουθία;

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με \otimes

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται με αποστολή στο analysis1.tellab@gmail.com
μέχρι τις 14:00 της Παρασκευής 23 Οκτωβρίου 2020.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!