

Πέμπτη 3 Μαρτίου 2016

Γ. Κωστώκης, Α. Τερτίκας

ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

Φυλλάδιο 4

1). Δίνεται η συνάρτηση $f : [0, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x = 0, \\ x, & 0 < x < 1, \\ 2, & x = 1, \\ 1, & 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

Αποδείξτε ότι η f είναι Riemann ολοκληρώσιμη και βρείτε το ολοκλήρωμα $\int_0^2 f$.

2). Δίνεται η συνάρτηση $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ είναι φραγμένη και Riemann ολοκληρώσιμη. Με χρήση του κριτηρίου Riemann αποδείξτε ότι η συνάρτηση f^{2016} είναι Riemann ολοκληρώσιμη επίσης.

3). Δίνεται η συνάρτηση $f : [0, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ που είναι τέτοια ώστε η f

είναι αύξουσα στο $[0, 1]$ και είναι φθίνουσα στο $[1, 2]$.

Με χρήση του κριτηρίου Riemann αποδείξτε ότι η f είναι Riemann ολοκληρώσιμη στο $[0, 2]$.

4). Δίνεται η συνάρτηση $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, 1] \cap \mathbf{Q}, \\ 1 - x, & x \in [0, 1] \setminus \mathbf{Q}. \end{cases}$$

Αποδείξτε ότι η f δεν είναι Riemann ολοκληρώσιμη.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!