

Πέμπτη 3 Μαρτίου 2016

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Φυλλάδιο 4

1). Βρείτε όλους τους φυσικούς αριθμούς $n \in \mathbf{N}$ για τους οποίους ισχύει:

$$\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}\right)^n = 2.$$

2). Δίνεται τρίγωνο ABC . Εξωτερικά του τριγώνου ABC κατασκευάζουμε τετράγωνα $ABDE$ και $CAFK$. Αν M είναι το μέσον της πλευράς BC αποδείξτε τότε ότι οι ευθείες AM και EF τέμνονται κάθετα.

3). Δίνεται κυρτό πεντάπλευρο $ABCDE$, και έστω M, N, P, Q, X, Y , είναι τα μέσα των πλευρών BC, CD, DE, EA, MP, NQ αντίστοιχα. Αποδείξτε ότι:

$$\overrightarrow{XY} \parallel \overrightarrow{AB}.$$

4). Δίνεται τετράπλευρο $ABCD$. Εξωτερικά του τετραπλεύρου και με πλευρές AB, BC, CD, DA κατασκευάζουμε τετράγωνα με κέντρα O_1, O_2, O_3, O_4 , αντίστοιχα. Αποδείξτε ότι:

$$\overrightarrow{O_1O_3} \perp \overrightarrow{O_2O_4} \text{ και } |\overrightarrow{O_1O_3}| = |\overrightarrow{O_2O_4}|.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!