

**ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

Φυλλάδιο 5

1). (α) Αποδείξτε ότι οι ευθείες

$$(\varepsilon_1) : x = 1 + t, y = -1 + 2t, z = 2 + t, t \in \mathbf{R},$$

$$(\varepsilon_2) : x = 2 + 2t, y = 2 + 4t, z = 4 + 2t, t \in \mathbf{R},$$

είναι παράλληλες. Βρείτε το επίπεδο που περιέχει τις παραπάνω ευθείες.

(β) Αποδείξτε ότι το επίπεδο

$$x - y - z = 2,$$

και η ευθεία

$$x = -1 + t, y = 3 + 2t, z = -t, t \in \mathbf{R},$$

είναι παράλληλα. Ποιά είναι η απόστασή τους;

2). Περιγράψτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων του χώρου που ισαπέχουν από τα επίπεδα  $(\pi_1)$  και  $(\pi_2)$ , όταν

$$(\pi_1) : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

και

$$(\pi_2) : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0,$$

όπου  $D_1 \neq D_2$ .

Υπόδειξη: Διακρίνετε τις περιπτώσεις τα διανύσματα

$$(A_1, B_1, C_1), (A_2, B_2, C_2)$$

να είναι αρχικά γραμμικά ανεξάρτητα και στη συνέχεια γραμμικά εξαρτημένα. Τι το διαφορετικό έχουν οι δύο περιπτώσεις;

3). Δίνονται τα γραμμικά ανεξάρτητα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  και τα επίπεδα

$$(P_1) : \vec{OX} = t\vec{a} + s\vec{b}, t, s \in \mathbf{R},$$

$$(P_2) : \vec{OX} = t\vec{a} + s\vec{c}, t, s \in \mathbf{R}.$$

Βρείτε όλα τα σημεία  $M$  του χώρου ώστε η απόσταση του  $M$  από το επίπεδο  $(P_1)$  να είναι διπλάσια της απόστασης του  $M$  από το επίπεδο  $(P_2)$ .

4). Δίνονται οι κύκλοι

$$(C_1) : x^2 + 4x + y^2 = 0,$$

$$(C_2) : x^2 - 4x + y^2 + 3 = 0.$$

Βρείτε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων κύκλων που εφάπτονται εξωτερικά των δύο κύκλων  $(C_1), (C_2)$ .

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**