ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πέμπτη 17 Μαϊου 2018

Διδάσκοντες: Α. Τερσένοβ, Α. Τερτίκας

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ

Φυλλάδιο 11

1). Προσδιορίστε και χαρακτηρίστε τα τοπικά ακρότατα της

$$f(x,y,z) = x^4 - 2x + y^2 + 2xy + z^2 + 2z.$$

2). Βρείτε το μέγιστο γινόμενο των θετικών αριθμών x, y, z δεδομένου ότι

$$x + y + z^2 = 16.$$

3). Προσδιορίστε το μέγιστο και το ελάχιστο της

$$f(x,y,z) = (x-1)^4 + (y+1)^4 + (z-1)^4,$$

με συνθήκη

$$x^4 + y^4 + z^4 = 48.$$

4). Αποδείξτε ότι οι εξισώσεις

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 - u^3 + v^2 + 4 &= 0, \\ 2xy + y^2 - 2u^2 + 3v^4 + 8 &= 0, \end{aligned}$$

προσδιορίζουν συναρτήσεις $u(x,y)$ και $v(x,y)$ κοντά στο $(2,-1)$, τέτοιες ώστε

$$u(2,-1) = 2, \quad v(2,-1) = 1.$$

Υπολογίστε $u_x(2,-1)$.

5). Εξετάστε την επιλυσιμότητα του συστήματος

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2y + z^2 + u + v^2 &= 0, \\ 4x + 3y + z + u^2 + v + w &= -2, \quad , \\ x + z + u^2 + w &= -2, \end{aligned}$$

ως προς u, v, w συναρτήσει των x, y, z κοντά στο $(0,0,0)$ με

$$u(0,0,0) = 0, \quad v(0,0,0) = 0, \quad w(0,0,0) = -2.$$

6) Έστω $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}, \;\; f \in C^1(\mathbf{R})$ και θέτουμε

$$\begin{aligned} u &= f(x), \\ v &= -y + xf(x), \quad x, y \in \mathbf{R}. \end{aligned}$$

Αν $f'(1) \neq 0$, δείξτε ότι ο προηγούμενος μετασχηματισμός είναι αντιστρέψιμος κοντά στο $(1, y)$ και ο αντίστροφος του δίνεται από

$$\begin{aligned} x &= f^{-1}(u), \\ y &= -v + uf^{-1}(u). \end{aligned}$$

<u>ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!</u>