



Πέμπτη 29 Σεπτεμβρίου 2016

Διδάσκοντες: Α. Τερτίκας, Σ. Φίλιππας

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙΙ

Φυλλάδιο 2

1)[⊗]. Βρείτε τον όγκο του χωρίου D

$$D = \{(x, y, z) : 1 \leq x \leq 2, (y - 1)^2 + (z + 1)^2 \leq 1\},$$

υπολογίζοντας το τριπλό ολοκλήρωμα

$$\int \int \int_D 1 \, dx dy dz .$$

2)[⊗]. Βρείτε τον όγκο του χωρίου D

$$D = \{(x, y, z) : 0 \leq z \leq 2, z^2 \geq x^2 + y^2\},$$

υπολογίζοντας το τριπλό ολοκλήρωμα

$$\int \int \int_D 1 \, dx dy dz .$$

3)[⊗]. Βρείτε τον όγκο που περικλείεται ανάμεσα στο παραβολοειδές $z = 2x^2 + y^2$ και τον κύλινδρο $z = 2 - y^2$.

Υπόδειξη: $\cos^4 t = \frac{1}{8} \cos 4t + \frac{1}{2} \cos 2t + \frac{3}{8}$.

4). Δίδεται το χωρίο D

$$D = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq xy\}.$$

(α) Υπολογίστε τον όγκο του D .

(β) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int \int \int_D x \, dx dy dz .$$

5). Έστω D το χωρίο (στον \mathbf{R}^2) που περιγράφεται από τις σχέσεις $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2^2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ και έστω T ο μετασχηματισμός σε πολικές συντεταγμένες:

$$T(r, \theta) = (r \cos \theta, r \sin \theta) = (x, y)$$

Βρείτε χωρίο D^* τέτοιο ώστε $T(D^*) = D$. Είναι 1-1 ο μετασχηματισμός T ;

6). Έστω D το χωρίο

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$$

και T ο μετασχηματισμός

$$T(x, y) = (x + y, x - y) .$$

(α) Να αποδείξετε ότι ο T είναι 1-1.

(β) Να βρεθεί και να σχεδιασθεί το χωρίο $T(D)$.

(γ) Να βρεθεί η $T^{-1} : T(D) \rightarrow D$.

7)[⊗]. Έστω D το χωρίο

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$$

και T ο μετασχηματισμός

$$T(x, y) = (x, y - x^2) = (u, v) .$$

(α) Να αποδείξετε ότι ο T είναι 1-1.

(β) Να βρεθεί και να σχεδιασθεί το χωρίο $T(D)$.

(γ) Να βρεθεί η $T^{-1} : T(D) \rightarrow D$.

8). Έστω $D = [0, 1] \times [0, 1]$ και T ο μετασχηματισμός

$$T(x, y) = (xy, y) = (u, v) .$$

(α) Να βρεθεί και να σχεδιασθεί το χωρίο $T(D)$.

(β) Είναι ο T είναι 1-1;

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!