



Πέμπτη 6 Οκτωβρίου 2016

Διδάσκοντες: Α. Τερτίκας, Σ. Φίλιππας

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙΙ

Φυλλάδιο 3

1)[⊗]. Αν D είναι ο μοναδιαίος δίσκος στο επίπεδο, υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int \int_D (1 + x^2 + y^2)^{3/2} dx dy ,$$

με χρήση πολικών συντεταγμένων.

2)[⊗]. Αν D είναι το χωρίο που φράσσεται από τις ευθείες

$$x + y = 1, \quad x + y = 4, \quad x - y = -1, \quad x - y = 1,$$

υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int \int_D (x + y)^2 e^{x-y} dx dy ,$$

με χρήση κατάλληλης αλλαγής συντεταγμένων.

3)[⊗]. Αν D είναι η μοναδιαία μπάλα στον \mathbf{R}^3 , υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int \int \int_D \frac{dx dy dz}{\sqrt{2 + x^2 + y^2 + z^2}} ,$$

με χρήση κατάλληλης αλλαγής συντεταγμένων.

4). Η απεικόνιση $T(u, v) = (u^2 - v^2, 2uv) = (x, y)$, μετασχηματίζει το ορθογώνιο $1 \leq u \leq 2$, $1 \leq v \leq 3$ του επιπέδου uv σε ένα χωρίο D του επιπέδου xy .

(α) Να αποδείξετε ότι ο T είναι 1-1.

(β) Να βρεθεί το εμβαδόν του D .

5)[⊗]. Βρείτε τον όγκο ανάμεσα στις επιφάνειες

$$z = x^2 + y^2 ,$$

και

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2 .$$

6). Βρείτε τον όγκο που έχει το 'χωνάκι παγωτό' που ορίζεται από τις ανισότητες

$$x^2 + y^2 \leq \frac{1}{5}z^2 ,$$

και

$$0 \leq z \leq 5 + \sqrt{5 - x^2 - y^2} .$$

7). Να υπολογισθεί το γενικευμένο ολοκλήρωμα

$$\int_0^\infty \int_x^\infty x e^{-y^3} dy dx ,$$

σχεδιάζοντας αρχικά το χωρίο ολοκλήρωσης.

8). Έστω D το φραγμένο χωρίο του πρώτου τεταρτημορίου που περικλείεται από τις καμπύλες

$$xy = 1, \quad xy = 3, \quad x^2 - y^2 = 1, \quad x^2 - y^2 = 4 .$$

Να υπολογισθεί τι ολοκλήρωμα

$$\int \int_D (x^2 + y^2) dx dy .$$

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με \otimes

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!