



Πέμπτη 27 Οκτωβρίου 2016

Διδάσκοντες: Α. Τερτίκας, Σ. Φίλιππας

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙΙ

Φυλλάδιο 6

1).[⊗] Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int \int_S xyz dS$ όπου S είναι το τρίγωνο με κορυφές $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, και $(0, 1, 1)$.

2).[⊗] Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int \int_S xy dS$ όπου S είναι η επιφάνεια του τετραέδρου με πλευρές $z = 0$, $y = 0$, $x + z = 1$, $x = y$.

3).[⊗] Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int \int_S z dS$ όπου S είναι το άνω ημισφαίριο ακτίνας R δηλ. τα σημεία (x, y, z) με $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$

4). Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int \int_S z dS$ όπου S είναι η επιφάνεια

$$z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 \leq 1.$$

5). Έστω η καμπύλη $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, όπου f ομαλή συνάρτηση. Περιστρέφουμε την καμπύλη αυτή γύρω από τον άξονα x , οπότε σχηματίζεται η επιφάνεια εκ περιστροφής S .

(α) Δείξτε ότι μία παραμετρικοποίηση της S δίδεται από

$$x = u, \quad y = f(u) \cos v, \quad z = f(u) \sin v, \quad a \leq u \leq b, \quad 0 \leq v \leq 2\pi.$$

(β) Δείξτε ότι το εμβαδόν της S δίδεται από

$$A(S) = 2\pi \int_a^b |f(x)| \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx.$$

6).[⊗] Βρείτε τη ροή του διανυσματικού πεδίου

$$\int \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S},$$

όπου

$$\mathbf{F} = (3xy^2, 3x^2y, z^3),$$

με προσανατολισμό του μοναδιαίου προς έξω από τη μοναδιαία σφαίρα.

7). Υπολογίστε το επιφανειακό ολοκλήρωμα $\int \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ όπου

$$\mathbf{F} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + z(x^2 + y^2)\mathbf{k} ,$$

και S η επιφάνεια του κυλίνδρου $x^2 + y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq 1$, με προσανατολισμό του μοναδιαίου προς τα έξω από τον κύλινδρο.

8). Έστω S η κλειστή επιφάνεια που αποτελείται από το ημισφαίριο

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z \geq 0 ,$$

και τη βάση του

$$x^2 + y^2 \leq 1, \quad z = 0 ,$$

με προσανατολισμό του μοναδιαίου διανύσματος προς τα έξω του ημισφαιρίου. Να υπολογισθεί η ροή του διανυσματικού πεδίου

$$\int \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} ,$$

όπου

$$\mathbf{F} = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k} .$$

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με \otimes

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (φροντιστήρια)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!