



ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ

Φυλλάδιο 1

1). Έστω $f : [0, 1] \rightarrow [0, +\infty)$ συνεχής συνάρτηση για την οποία ισχύει

$$\int_0^1 f(t) dt = 0.$$

Αποδείξτε ότι

$$f(t) = 0, \quad t \in [0, 1].$$

2). Έστω $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ συνεχής συνάρτηση για την οποία ισχύει

$$\int_0^1 f(t) \phi'(t) dt = 0, \quad \forall \phi \in \mathcal{A},$$

$$\mathcal{A} = \{u \in \mathbf{C}^1[0, 1], \mid u(0) = 0\}.$$

Αποδείξτε ότι

$$f(t) = 0, \quad t \in [0, 1].$$

3). Βρείτε όλες τις συνεχείς συναρτήσεις $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ για τις οποίες ισχύει

$$\int_0^1 f(t) \phi''(t) dt = 0, \quad \forall \phi \in \mathcal{B},$$

$$\mathcal{B} = \{u \in \mathbf{C}^2[0, 1], \mid u(0) = u(1), \quad u'(0) = u'(1) = 0\}.$$

4). Έστω $f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbf{R}$ συνεχής συνάρτηση για την οποία ισχύει

$$\int_0^1 \int_0^1 f(x, y) \phi(x, y) dx dy = 0, \quad \forall \phi \in \mathbf{C}([0, 1]^2)$$

Αποδείξτε ότι

$$f(x, y) = 0, \quad x, y \in [0, 1].$$

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται με αποστολή στο calcvar2021@gmail.com μέχρι και την Κυριακή 28 Φεβρουαρίου 2021.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!