



ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ

Φυλλάδιο 6

1). Να βρείτε τους πιθανούς ελαχιστοποιητές του συναρτησιακού

$$J(u) = \int_0^1 ((u'(x))^2 + x^2) dx, \quad u \in \mathcal{A},$$

με

$$\mathcal{A} = \{u \in C^1[0, 1], \mid u(0) = 0, \}$$

και τη δέσμευση

$$G(u) = \int_0^1 u^2(x) dx = 2.$$

2). Για ποιές τιμές της παραμέτρου  $\lambda \in \mathbf{R}$ , ισχύει

$$\int_1^2 (x^2(u'(x))^2 + \lambda u^2(x)) dx \geq 0, \quad \forall u \in \mathcal{A},$$

με

$$\mathcal{A} = \{u \in C^1[1, 2], \mid u(1) = 0, u(2) = 0.\}$$

3). Θεωρούμε το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του συναρτησοειδούς

$$J(u) = \int_0^1 (u'(x))^2(u'(x) - 1)^2 dx, \quad u \in \mathcal{B},$$

με

$$\mathcal{B} = \{u \in \bar{C}^1[0, 2], \mid u(0) = 0, u(2) = 1.\}$$

Αποδείξτε ότι το πρόβλημα έχει ελαχιστοποιητή  $\bar{u} \in \mathcal{B}$ , μάλιστα ικανοποιεί  $J(\bar{u}) = 0$ . Βρείτε τον ελαχιστοποιητή  $\bar{u} \in \mathcal{B}$ .

$$\bar{C}^1 := \text{κατά τμήματα } C^1 \text{ συναρτήσεις}$$

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται με αποστολή στο [calcvar2021@gmail.com](mailto:calcvar2021@gmail.com)

μέχρι και την Κυριακή 23 Μαΐου 2021.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**