ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πέμπτη 28 Σεπτεμβρίου 2017

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

<u>ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ</u>

Φυλλάδιο 1

1). Αν $z_1, z_2, , z_n \in \mathbf{C}$, αποδείξτε ότι ισχύει:

$$|z_1 + z_2 + \cdots + z_n| \leq |z_1| + |z_2| + \cdots + |z_n|.$$

Αν $z_1 \cdot z_2 \cdots z_n \neq 0$, πότε ισχύει

$$|z_1 + z_2 + \cdots + z_n| = |z_1| + |z_2| + \cdots + |z_n|?$$

2). α) Βρείτε (με δύο τρόπους) όλους τους μιγαδικούς $z \in \mathbf{C}$ που ικανοποιούν

$$z^2 = -i.$$

β)

$$\sqrt{-i} = ?.$$

3). Αν $|z| < 1, \ \ |w| < 1$, αποδείξτε ότι

$$\left|\frac{z+w}{1+z\overline{w}}\right| < 1.$$

4). Αν $\theta, \phi \in \mathbf{R}$, αποδείξτε ότι

$$|e^{i\phi} - e^{i\theta}| \leq |\phi - \theta|.$$

Υπόδειξη: $1 - \cos 2x = 2\sin^2 x$.

5). Για $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ να λυθούν τα συστήματα

$$\left[\begin{array}{rcr} e^x \cos y & = & \alpha, \\ e^x \sin y & = & \beta \end{array}\right] \qquad \left[\begin{array}{rcr} e^{x^2-y^2} \cos 2xy & = & \alpha, \\ e^{x^2-y^2} \sin 2xy & = & \beta \end{array}\right]$$

<u>ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!</u>