



Πέμπτη 5 Οκτωβρίου 2017

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Φυλλάδιο 2

1). Να εξετάσετε την ύπαρξη των ορίων

$$\alpha) \lim_{z \rightarrow 0} \frac{z^2 + \bar{z}^2}{|z|}, \quad \beta) \lim_{z \rightarrow 0} \frac{z^2 + \bar{z}^2}{|z|^2}.$$

2). Αποδείξτε ότι η σειρά

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{1 + \bar{z}^{2n}}, \quad z \in B(0, r)$$

συγκλίνει ομοιόμορφα αν $r < 1$.

3). Έστω $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{C}$ συνεχής στο $[0, 1]$ και παραγωγίσιμη στο $(0, 1)$. Εάν επιπρόσθετα

$$f'(x) = 0, \quad \forall x \in (0, 1),$$

αποδείξτε ότι

$$f(0) = f(1).$$

4). α) Αποδείξτε ότι η $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ με τύπο

$$f(z) = z^2 - \bar{z}^2, \quad z \in \mathbf{C},$$

δεν είναι ομοιόμορφα συνεχής.

β) Θέτουμε

$$A = \{z = x + yi, \quad x, y \in \mathbf{R}, \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{x^2}, \quad x \geq 1.\}$$

Αποδείξτε ότι η $g : A \rightarrow \mathbf{C}$ με τύπο

$$g(z) = z^2 - \bar{z}^2, \quad z \in A,$$

είναι ομοιόμορφα συνεχής.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!