



Πέμπτη 12 Οκτωβρίου 2017

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Φυλλάδιο 3

1). Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ με τύπο

$$f(z) = \bar{z}^2, \quad z \in \mathbf{C}.$$

Βρείτε τα σημεία που η f παραγωγίζεται και τα σημεία που δεν παραγωγίζεται, με χρήση του ορισμού της παραγωγίσιμης.

2). Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ με τύπο

$$f(z) = e^z, \quad z \in \mathbf{C}.$$

Αποδείξτε ότι η f παραγωγίζεται και βρείτε την $f'(z)$.

3). Έστω $\Omega \subset \mathbf{C}$ ανοιχτό με $z_0 \in \Omega$ και $f, g : \Omega \rightarrow \mathbf{C}$ παραγωγίσιμες στο z_0 . Αποδείξτε ότι και η fg είναι παραγωγίσιμη στο z_0 και μάλιστα

$$(fg)'(z_0) = f'(z_0)g(z_0) + f(z_0)g'(z_0).$$

4). Έστω $S_1, S_2 \subset \mathbf{C}$ συνεκτικά ώστε

$$S_1 \cap S_2 \neq \emptyset.$$

Αποδείξτε ότι και το $S_1 \cup S_2$ είναι συνεκτικό επίσης.

5). Έστω $\emptyset \neq \Omega \subset \mathbf{C}$ ανοιχτό και $f : \Omega \rightarrow \mathbf{C}$ είναι συνεχής συνάρτηση που επιπρόσθετα ικανοποιεί

$$f^2(z) = e^z, \quad z \in \Omega.$$

Αποδείξτε ότι η f παραγωγίζεται $\forall z \in \Omega$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!