



Πέμπτη 7 Δεκεμβρίου 2017

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Φυλλάδιο 9

1). Έστω $a, b \in \mathbf{R}$, με $a^2 + b^2 < 1$. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a \cos \theta + b \sin \theta + 1}.$$

2). Έστω $\alpha \in (-1, 1)$. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^\alpha}{1+x^2} dx.$$

3). Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{+\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx.$$

Υπόδειξη: Ολοκληρώστε κατάλληλα την

$$\frac{e^{2iz} - 1 - 2iz}{z^2}.$$

4). Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx.$$

5). Για $x \in \mathbf{R}$, $x \in (-1/4, 1/4)$, αποδείξτε ότι

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \binom{2n}{n} x^n = \frac{1}{\sqrt{1-4x}}.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!