



Πέμπτη 22 Φεβρουαρίου 2024

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 2

1)[⊗]. Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{3x^2}{3y^2 + 4}, \\ y(1) &= 0.\end{aligned}$$

2)[⊗]. Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{y + 4x}{x - y}, \quad x > 0, \\ y(1) &= 2.\end{aligned}$$

3)[⊗]. Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= (y - 1)(2 - y), \quad x \in \mathbf{R}, \\ y(0) &= \alpha.\end{aligned}$$

για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\alpha \in \mathbf{R}$.

4)[⊗]. Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$\begin{aligned}y \frac{dy}{dx} - 2(1 + y^2) \cos x &= 0, \quad x > 0, \\ y(0) &= 1.\end{aligned}$$

5). Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{x^2 - 3y^2}{2xy}, \quad x > 0, \\ y(1) &= 1.\end{aligned}$$

6). Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{y}{x} - \frac{x^2}{2y}, \quad x > 0, \\ y(1) &= -1.\end{aligned}$$

Ποιό είναι το μέγιστο διάστημα που ορίζεται η λύση;

7). Δίνεται ότι η f είναι παραγωγίσιμη συνάρτηση (μέχρι το 0) και επιπρόσθετα ικανοποιεί τη σχέση

$$\begin{aligned}(\star) \quad f'(x) &\geq 2f^2(x), \quad \forall x \geq 0, \\ f(0) &= 1.\end{aligned}$$

α) Αποδείξτε αρχικά ότι η f είναι γνήσια αύξουσα (στο πεδίο ορισμού της).

β) Αποδείξτε ότι αν υπάρχει f που να ορίζεται στο διάστημα $[0, \frac{1}{2})$ τότε θα ισχύει

$$f(x) \geq \frac{1}{1-2x}, \quad 0 \leq x < \frac{1}{2}.$$

γ) Αποδείξτε ότι δεν υπάρχει f που να ορίζεται στο $[0, \frac{1}{2}]$ και να ικανοποιεί την (\star) .

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με \otimes

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!