



Τρίτη 19 Μαρτίου 2024

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 5

1)[⊗]. Να βρεθεί η λύση των ΔΕ:

α) $y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 0, \quad x \in \mathbf{R}.$

β) $y'''(x) + y''(x) = 0, \quad x \in \mathbf{R}.$

γ) $y''(x) + y'(x) + y(x) = 0, \quad x \in \mathbf{R}.$

2)[⊗]. Να βρεθεί η λύση των ΔΕ:

α) $y''(x) + 4y'(x) + y(x) = 0, \quad x \in \mathbf{R}.$

β) $y''(x) - 2y'(x) + 5y(x) = 0, \quad x \in \mathbf{R}.$

3)[⊗]. Να βρεθεί η λύση των ΠΑΤ:

α) $y''(x) + 4y'(x) + y(x) = 0, \quad x \in \mathbf{R},$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

β) $y''(x) - 2y'(x) + 5y(x) = 0, \quad x \in \mathbf{R},$
 $y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

4)[⊗]. Δίνεται η ΔΕ

$$y''(x) + \sin x y'(x) - (1 + \sin x) y(x) = 0, \quad x \in \mathbf{R}.$$

α) Αν y_1, y_2 είναι δύο λύσεις, αποδείξτε πως η Wronskian $W(x) = y_1(x) y_2'(x) - y_2(x) y_1'(x)$ αυτών ικανοποιεί

$$W'(x) = -\sin x W(x), \quad x \in \mathbf{R}.$$

β) Στη συνέχεια αποδείξτε

$$W(x) = W(0) e^{\cos x}, \quad x \in \mathbf{R}.$$

γ) Διαπιστώστε αρχικά ότι η συνάρτηση e^x είναι λύση της ΔΕ και στη συνέχεια να βρεθεί η γενική λύση της ΔΕ.

5). Να λυθεί το πρόβλημα

$$x^2 y(x) \frac{d^2 y}{dx^2}(x) - x^2 \left(\frac{dy}{dx}(x) \right)^2 + xy(x) \frac{dy}{dx}(x) = 0, \quad x > 0,$$
$$y(1) = 1, \quad y'(1) = 2.$$

Υπόδειξη: Να γίνει ο μετασχηματισμός (γιατί ;)

$$y(x) = f(t), \quad x = e^t.$$

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!