



Τρίτη 2 Απριλίου 2024

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 7

1)[⊗]. Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος ΔΕ:

$$\begin{aligned}x'(t) &= x(t) - 2y(t), \quad t \in \mathbf{R}, \\y'(t) &= 3x(t) - 4y(t) \quad t \in \mathbf{R}.\end{aligned}$$

2)[⊗]. Να βρεθεί η λύση του ΠΑΤ του συστήματος ΔΕ:

$$\begin{aligned}x'(t) &= 3x(t) - 2y(t), \quad t \in \mathbf{R}, \\y'(t) &= 2x(t) - 2y(t), \quad t \in \mathbf{R}, \\x(0) &= 1 \quad , \quad y(0) = -1.\end{aligned}$$

3)[⊗]. Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος ΔΕ:

$$\begin{aligned}x'(t) &= x(t) - 5y(t), \quad t \in \mathbf{R}, \\y'(t) &= x(t) - 3y(t), \quad t \in \mathbf{R}.\end{aligned}$$

4)[⊗]. Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος ΔΕ:

$$\begin{aligned}x'(t) &= 3x(t) - 4y(t), \quad t \in \mathbf{R}, \\y'(t) &= x(t) - y(t), \quad t \in \mathbf{R}.\end{aligned}$$

5). Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος ΔΕ:

$$\begin{aligned}x'(t) &= x(t) - y(t) + 4z(t), \quad t \in \mathbf{R}, \\y'(t) &= 3x(t) + 2y(t) - z(t), \quad t \in \mathbf{R} \\z'(t) &= 2x(t) + y(t) - z(t), \quad t \in \mathbf{R}.\end{aligned}$$

6). Να βρεθεί η γενική λύση του συστήματος ΔΕ:

$$\begin{aligned}x'(t) &= x(t) + y(t) + z(t), \quad t \in \mathbf{R}, \\y'(t) &= 2x(t) + y(t) - z(t), \quad t \in \mathbf{R} \\z'(t) &= -y(t) + z(t), \quad t \in \mathbf{R}.\end{aligned}$$

7). Έστω $f, g, h \in C(\mathbf{R})$. Αποδείξτε ότι η λύση του ΠΑΤ

$$\begin{aligned}x'(t) &= f(t)x(t) + g(t)y(t), \quad t > 0, \\y'(t) &= h(t)x(t) + y(t), \quad t > 0, \\x(0) &= 0, \quad y(0) = 0\end{aligned}$$

ικανοποιεί

$$x(t) \equiv 0, \quad y(t) \equiv 0, \quad t \geq 0.$$

Υπόδειξη: Θεωρείστε τη συνάρτηση $\sigma(t) = x^2(t) + y^2(t)$ και βρείτε συνεχή συνάρτηση Q τέτοια ώστε $\sigma'(t) \leq Q(t)\sigma(t)$.

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με \otimes

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!