



Πέμπτη 4 Απριλίου 2024

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 8

1)[⊗]. Να βρεθούν όλες οι συναρτήσεις $u : \mathbf{R} \times (0, +\infty)$ της μορφής $u(x, t) = f(t) \sin x$ που ικανοποιούν την

$$u_t(x, t) = u_{xx}(x, t), \quad x \in \mathbf{R}, \quad t > 0.$$

2)[⊗]. Να βρεθούν όλες οι συναρτήσεις $u : \mathbf{R} \times (0, +\infty)$ της μορφής $u(x, t) = e^{-4t}\phi(x)$ που ικανοποιούν

$$\begin{aligned} u_t(x, t) &= u_{xx}(x, t), \quad x \in [0, \pi], \quad t > 0, \\ u(0, t) &= u(\pi, t), \quad t > 0. \end{aligned}$$

3)[⊗]. Να βρεθούν όλες οι παραγωγίσιμες συναρτήσεις $u : \mathbf{R} \times [0, +\infty)$ που ικανοποιούν την

$$\begin{aligned} u_t(x, t) + u(x, t) &= 0 \quad x \in \mathbf{R}, \quad t > 0, \\ u(x, 0) &= f(x), \quad x \in \mathbf{R}, \end{aligned}$$

όπου $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ είναι δοθείσα ομαλή συνάρτηση.

4)[⊗]. Δίνεται η ομαλή συνάρτηση u που ικανοποιεί την

$$u_{tt}(x, t) = 2u_{xx}(x, t) - u_{xt}(x, t), \quad x \in \mathbf{R}, \quad t \in \mathbf{R}.$$

Θέτουμε

$$\begin{aligned} u(x, t) &= f(\xi, \eta), \\ \xi &= x + t, \\ \eta &= x - 2t. \end{aligned}$$

Αποδείξτε πως η f ικανοποιεί την ΔΕ

$$f_{\xi\eta}(\xi, \eta) = 0, \quad \xi \in \mathbf{R}, \quad \eta \in \mathbf{R}.$$

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με \otimes

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!