



Πέμπτη 11 Απριλίου 2024

Διδάσκων: Α. Τερτίκας

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 9

1)[⊗]. Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών (πρόβλημα Cauchy)

$$\begin{aligned}u_t(x, t) + u_x(x, t) &= x(3 + u(x, t)), \quad x \in \mathbf{R}, \quad t > 0, \\u(x, 0) &= \sin x, \quad x \in \mathbf{R}.\end{aligned}$$

2)[⊗]. Να λυθεί το ΠΑΤ (πρόβλημα Cauchy)

$$\begin{aligned}u_t(x, t) - (t + x) u_x(x, t) &= (x + t + 1) e^t, \quad x \in \mathbf{R}, \quad t > 0, \\u(x, 0) &= f(x), \quad x \in \mathbf{R},\end{aligned}$$

όπου $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ είναι δοθείσα ομαλή συνάρτηση. Πόσο ομαλή πρέπει να είναι η f ώστε να υπάρχει κλασική λύση;

3)[⊗]. Να λυθεί το ΠΑΤ (πρόβλημα Cauchy)

$$\begin{aligned}2u_t(x, t) + 3t u_x(x, t) &= x u(x, t), \quad x \in \mathbf{R}, \quad t > 0, \\u(x, 0) &= f(x), \quad x \in \mathbf{R},\end{aligned}$$

όπου $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ είναι δοθείσα ομαλή συνάρτηση. Πόσο ομαλή πρέπει να είναι η f ώστε να υπάρχει κλασική λύση;

4)[⊗]. Να λυθεί το ΠΑΤ (πρόβλημα Cauchy)

$$\begin{aligned}u_x(x, y) + u_y(x, y) &= 0, \quad x > 0, \quad y > 0, \\u(x, 0) &= f(x), \quad x \geq 0, \\u(0, y) &= g(y), \quad y \geq 0,\end{aligned}$$

όπου $f, g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ είναι δοθείσες κατάλληλα ομαλές συναρτήσεις. Ποιές είναι οι συνθήκες στις f, g ώστε να υπάρχει κλασική λύση στο πρόβλημα;

5). Να λυθεί το ΠΑΤ (πρόβλημα Cauchy)

$$\begin{aligned}y u_x(x, y) - x u_y(x, y) &= u(x, y), \quad x > 0, \quad y > 0, \\u(x, 0) &= f(x), \quad x \geq 0, \\u(0, y) &= g(y), \quad y \geq 0,\end{aligned}$$

όπου $f, g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ είναι δοθείσες κατάλληλα ομαλές συναρτήσεις. Ποιές είναι οι συνθήκες στις f, g ώστε να υπάρχει κλασική λύση στο πρόβλημα;

6). Να λυθεί το ΠΑΤ (πρόβλημα Cauchy)

$$\begin{aligned}x u_t(x, t) - t u_x(x, t) &= 0, \quad x \in \mathbf{R}, \quad t > 0, \\u(x, 0) &= f(x), \quad x \in \mathbf{R},\end{aligned}$$

όπου $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ είναι δοθείσα ομαλή συνάρτηση. Πόσο ομαλή πρέπει να είναι η f ώστε να υπάρχει κλασική λύση; Τι πρέπει να ικανοποιεί η f για να υπάρχει λύση σε όλα τα σημεία $x \in \mathbf{R}, t > 0$?

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με \otimes

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!