Πέμπτη 19 Μαρτίου 2015

Α. Τερτίκας

ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 3

1). Να βρεθεί η λύση του προβλήματος αρχικών τιμών (Π.Α.Τ.)

$$u_{tt}(x,t) \;-\; u_{xt}(x,t) \;=\; f(x,t),\;\; x \in \mathbf{R},\; t > 0,$$

$$u(x,0) \;=\; 0,\;\; x \in \mathbf{R},$$

$$u_t(x,0) \;=\; 0,\;\; x \in \mathbf{R},$$

όπου $f : \mathbf{R} \times [0,+\infty) \to \mathbf{R}$ δοθείσα ομαλή συνάρτηση.

2). Να βρεθεί η λύση του προβλήματος αρχικών τιμών (Π.Α.Τ.)

$$2u_{xx}(x,t) \;-\; u_{tt}(x,t) \;+ u_{xt}(x,t) \;=\; f(x,t),\;\; x \in \mathbf{R},\; t > 0,$$

$$u(x,0) \;=\; 0,\;\; x \in \mathbf{R},$$

$$u_t(x,0) \;=\; 0,\;\; x \in \mathbf{R},$$

όπου $f : \mathbf{R} \times [0,+\infty) \to \mathbf{R}$ δοθείσα ομαλή συνάρτηση.

3). Αποδείξτε με τη μέθοδο της ενέργειας ότι το πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών (Π.Α.Σ.Τ.)

$$u_{tt}(x,t) \;-\; u_{xxt}(x,t) \;-\; u_{xx}(x,t) \;=\; f(x,t),\;\; 0 < x < 1,\; t > 0,$$

$$u(x,0) \;=\; \phi(x),\;\; 0 < x < 1,$$

$$u_t(x,0) \;=\; \psi(x),\;\; 0 < x < 1,$$

$$u(0,t) \;=\; h(t),\;\; t > 0,$$

$$u(1,t) \;=\; g(t),\;\; t > 0,$$

έχει το πολύ μία λύση. Οι εμφανιζόμενες συναρτήσεις είναι ομαλές.

4). Αποδείξτε με τη μέθοδο της ενέργειας ότι το πρόβλημα Cauchy

$$u_{tt}(x,t) \;-\; u_{xt}(x,t) \;=\; f(x,t),\;\; x \in \mathbf{R},\; t > 0,$$

$$u(x,0) \;=\; g(x),\;\; x \in \mathbf{R},$$

$$u_t(x,0) \;=\; h(x),\;\; x \in \mathbf{R},$$

όπου $f : \mathbf{R} \times [0,+\infty) \to \mathbf{R},\;\; g, h : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ έχει το πολύ μία λύση. Οι εμφανιζόμενες συναρτήσεις είναι ομαλές.

Η παράδοση των λύσεων μπορεί να γίνει είτε την Πέμπτη 26 Μαρτίου 2015 στο μάθημα είτε να αποσταλούν ηλεκτρονικά μέχρι 15:00 της Πέμπτης 26 Μαρτίου 2015 στη διεύθυνση
tertikas@uoc.gr

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!