

**ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ**

Φυλλάδιο 4

1). Αποδείξτε ότι το πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών (Π.Α.Σ.Τ.)

$$u_t(x, t) - u_{xxx}(x, t) = f(x, t), \quad 0 < x < 1, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = \phi(x), \quad 0 < x < 1,$$

$$u_x(0, t) = h(t), \quad t > 0,$$

$$u_{xx}(0, t) = H(t), \quad t > 0,$$

$$u_x(1, t) = g(t), \quad t > 0,$$

έχει το πολύ μία λύση. Οι εμφανιζόμενες συναρτήσεις είναι ομαλές.

Υπόδειξη: Κάνετε χρήση της συνάρτησης

$$\frac{1}{2} \int_0^1 u_x^2(x, t) dx$$

2). Αποδείξτε με χρήση της ταυτότητας του *Green* ότι το πρόβλημα συνοριακών τιμών (Π.Σ.Τ.)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( (1 + x^2) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( (1 + x^2 + y^2) \frac{\partial u}{\partial y} \right) - (1 + x^2 + y^4)u = f(x, y), \quad x^2 + y^2 < 1,$$

$$u(x, y) = g(x, y), \quad x^2 + y^2 = 1,$$

έχει το πολύ μία λύση. Οι εμφανιζόμενες συναρτήσεις είναι ομαλές.

3). Με την μέθοδο του Fourier να βρείτε τη γενική λύση του του προβλήματος συνοριακών τιμών

$$u_t(x, t) - u_{xx}(x, t) = 0, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0,$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad t > 0,$$

$$u(\pi, t) = 0, \quad t > 0.$$

4). Με την μέθοδο του Fourier να βρείτε τη γενική λύση του του προβλήματος συνοριακών τιμών

$$u_t(x, t) - u_{xxt}(x, t) - u_{xx}(x, t) = 0, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0,$$

$$u(0, t) = 0, \quad t > 0,$$

$$u(\pi, t) = 0, \quad t > 0.$$

Η παράδοση των λύσεων μπορεί να γίνει είτε την Πέμπτη 3 Απριλίου 2015 στο μάθημα είτε να αποσταλούν ηλεκτρονικά μέχρι 15:00 της Πέμπτης 3 Απριλίου 2015 στη διεύθυνση [tertikas@uoc.gr](mailto:tertikas@uoc.gr)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**