

ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 6

(Να λυθούν ΟΛΑ τα θέματα της Προόδου)

1. α) Να βρεθούν όλες οι λύσεις του προβλήματος

$$u_x(x, t) = 3x^2t + t, \quad x, t \in \mathbf{R},$$

$$u_t(x, t) = x^3 + x, \quad x, t \in \mathbf{R}.$$

β) Αποδείξτε ότι το πρόβλημα

$$u_x(x, t) = 4x^2t + t, \quad x, t \in \mathbf{R},$$

$$u_t(x, t) = x^3 + x, \quad x, t \in \mathbf{R}.$$

δεν έχει ομαλή λύση.

2. Να βρεθεί η λύση του προβλήματος

$$(t + u(x, t))u_x(x, t) + tu_t(x, t) = x - t, \quad x \in \mathbf{R}, t > 1,$$

$$u(x, 1) = 1 + x, \quad x \in \mathbf{R}.$$

3. Να βρεθεί η λύση του προβλήματος αρχικών τιμών (Π.Α.Τ.)

$$3u_{xx}(x, t) - 2u_{xt}(x, t) - u_{tt}(x, t) = 0, \quad x \in \mathbf{R}, t > 0,$$

$$u(x, 0) = f(x), \quad x \in \mathbf{R},$$

$$u_t(x, 0) = g(x), \quad x \in \mathbf{R},$$

όπου $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ δοθείσες ομαλές συναρτήσεις.

4. Να βρεθεί η λύση του προβλήματος αρχικών τιμών (Π.Α.Τ.)

$$3u_{xx}(x, t) - 2u_{xt}(x, t) - u_{tt}(x, t) = f(x, t), \quad x \in \mathbf{R}, t > 0,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad x \in \mathbf{R},$$

$$u_t(x, 0) = 0, \quad x \in \mathbf{R},$$

όπου $f : \mathbf{R} \times [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ δοθείσα ομαλή συνάρτηση.

5. Να βρεθεί η λύση του προβλήματος

$$u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = 0, \quad 0 < x < \pi, \quad y > 0,$$

$$u(0, y) = u(\pi, y) = 0, \quad y > 0,$$

$$u(x, 0) = \sin x + \sin^3 x, \quad 0 < x < \pi,$$

u φραγμένη

6. Αποδείξτε ότι το πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών (Π.Α.Σ.Τ.)

$$u_{xx}(x, t) - 2 \sin x u_{xt}(x, t) - \cos^2 x u_{tt}(x, t) - \cos x u_t(x, t) = f(x, t), \quad 0 < x < 1, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = \phi(x), \quad 0 < x < 1,$$

$$u_t(x, 0) = \psi(x), \quad 0 < x < 1,$$

$$u(0, t) = h(t), \quad t > 0,$$

$$u(1, t) = g(t), \quad t > 0,$$

έχει το πολύ μία λύση. Οι εμφανιζόμενες συναρτήσεις είναι ομαλές.

Η παράδοση των λύσεων μπορεί να γίνει είτε την Πέμπτη 30 Απριλίου 2015 στο μάθημα είτε να αποσταλούν ηλεκτρονικά μέχρι 15:00 της Πέμπτης 30 Απριλίου 2015 στη διεύθυνση tertikas@uoc.gr

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!