Τρίτη 12 Μαΐου 2015

Α. Τερτίκας

ΜΕΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 8

1. Έστω Ω φραγμένο χωρίο. Με χρήση της Αρχής του Μεγίστου αποδείξτε το μονοσήμαντο των λύσεων του προβλήματος

$$\begin{aligned} -\Delta u(x) &= f(x), \ \ x \in \Omega, \\ u(x) &= g(x), \ \ x \in \partial\Omega. \end{aligned}$$

2. Έστω Ω φραγμένο χωρίο. Με χρήση της Αρχής του Μεγίστου αποδείξτε το μονοσήμαντο των λύσεων του προβλήματος

$$\begin{aligned} u_t(x,t) - \Delta u(x,t) &= f(x,t), \ \ x \in \Omega, \ \ t > 0, \\ u(x,t) &= h(x,t), \ \ x \in \partial\Omega, \ \ t > 0, \\ u(x,0) &= g(x), \ \ x \in \Omega. \end{aligned}$$

3. Έστω Ω φραγμένο χωρίο. Έστω επίσης u_1 είναι λύση του προβλήματος

$$\begin{aligned} -\Delta u_1(x) &= f(x), \ \ x \in \Omega, \\ u_1(x) &= g_1(x), \ \ x \in \partial\Omega, \end{aligned}$$

και u_2 είναι λύση του προβλήματος

$$\begin{aligned} -\Delta u_2(x) &= f(x), \ \ x \in \Omega, \\ u_2(x) &= g_2(x), \ \ x \in \partial\Omega. \end{aligned}$$

Με χρήση της Αρχής του Μεγίστου αποδείξτε ότι

$$|u_1(x) - u_2(x)| \ \le \ \max_{x\in\partial\Omega} |g_1(x) - g_2(x)|, \ \ x \in \Omega.$$

4. Έστω $B_1 = \{x \in \mathbf{R}^2 \mid |x| < 1.\}$ Με χρήση της Αρχής του Μεγίστου αποδείξτε ότι η λύση του προβλήματος

$$\begin{aligned} -\Delta u(x) &= f(x), \ \ x \in B_1, \\ u(x) &= 0, \ \ x \in \partial B_1, \end{aligned}$$

ικανοποιεί την εκτίμηση

$$|u(x)| \le \frac{1}{4} \max_{x\in\overline{B_1}} |f(x)|, \quad x \in B_1.$$

Η παράδοση των λύσεων μπορεί να γίνει είτε την Τρίτη 19 Μαϊου 2015 στο γραφείο Ε 306 είτε να αποσταλούν ηλεκτρονικά μέχρι 15:00 της Τρίτης 12 Μαϊου 2015 στη διεύθυνση tertikas@uoc.gr

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!