

ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

Φυλλάδιο 2

1). Έστω $\theta > 0$. Εισάγεται κατάλληλο σύνολο, το οποίο να είναι άνω φραγμένο και το supremum του οποίου να είναι η κυβική ρίζα του αριθμού θ . Αποδείξτε τον ισχυρισμό σας με χρήση του αξιώματος της πληρότητας.

2). Δίνεται η ακολουθία $\{a_n\}$ για την οποία γνωρίζουμε ότι ισχύει

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{3n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} a_{3n-1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} a_{3n+1} .$$

Αποδείξτε τότε ότι η ακολουθία $\{a_n\}$ είναι συγκλίνουσα ακολουθία.

3). Δίνονται οι συναρτήσεις $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπους $f(x) = |x|$, $g(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση f είναι ομοιόμορφα συνεχής, ενώ η συνάρτηση g δεν είναι ομοιόμορφα συνεχής.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!