

Πέμπτη 11 Οκτωβρίου 2012

A. Τερτίκας

ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

Φυλλάδιο 3

- 1). Δίνονται οι συναρτήσεις $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ φραγμένες και ομοιόμορφα συνεχείς. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση fg είναι ομοιόμορφα συνεχής.
- 2). Βρείτε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ομοιόμορφα συνεχή, ώστε η συνάρτηση f^2 να μην είναι ομοιόμορφα συνεχής.
- 3). Με χρήση του ορισμού του ολοκληρώματος Riemann αποδείξτε ότι η συνάρτηση $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x$, $x \in [0, 1]$, είναι ολοκληρώσιμη, ενώ η συνάρτηση $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, 1] \cap \mathbb{Q} \\ 0, & x \in [0, 1] \setminus \mathbb{Q}, \end{cases}$$

δεν είναι ολοκληρώσιμη

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!