

ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

Φυλλάδιο 6

1). Δίνεται η συνάρτηση $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής, η οποία επιπρόσθετα ικανοποιεί

$$\int_0^1 f(t) dt = 0.$$

Αποδείξτε ότι υπάρχει $\xi \in (0, 1)$ τέτοιο ώστε

$$\int_0^\xi f(t) dt = f(\xi).$$

2). Δίνεται η συνάρτηση $f : [0, 1] \rightarrow [m, M]$ Riemann ολοκληρώσιμη και $g : [m, M] \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής. Με χρήση του κριτηρίου Riemann αποδείξτε ότι η συνάρτηση $g \circ f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ είναι Riemann ολοκληρώσιμη επίσης.

3). Δίνεται η συνάρτηση $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής. Αποδείξτε ότι υπάρχει το όριο

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f(x^n) dx,$$

το οποίο και να προσδιορίσετε.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!