

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ**

(Φυλλάδιο 2)

1). Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g : [1, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$  με τύπους

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}, \quad x \geq 1,$$

$$g(x) = \frac{x^3 + 1}{x}, \quad x \geq 1$$

Αποδείξτε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι ομοιόμορφα συνεχής ενώ η συνάρτηση  $g$  δεν είναι ομοιόμορφα συνεχής.

2). Δίνεται η ομοιόμορφα συνεχής συνάρτηση  $f : \mathbf{R} \rightarrow [1, 2]$ . Αποδείξτε ότι οι συναρτήσεις

$$f^2 \quad \text{και} \quad \frac{1}{f}$$

είναι ομοιόμορφα συνεχείς.

3). Έστω  $A, B \subset \mathbf{R}$  και οι ομοιόμορφα συνεχείς συναρτήσεις

$$f : B \rightarrow \mathbf{R}, \quad g : A \rightarrow B.$$

Αποδείξτε ότι η συνάρτηση

$$f \circ g : A \rightarrow \mathbf{R},$$

είναι ομοιόμορφα συνεχής.

Δώστε εναλλακτική λύση της προηγούμενης άσκησης 2.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**