

ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

(Φυλλάδιο 3)

1). Δίνονται οι συνεχείς συναρτήσεις

$$f : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R},$$

$$g : [0, 1) \rightarrow [0, 1],$$

τέτοιες ώστε επιπρόσθετα να ισχύει

$$g(t) = \int_0^t f(s, g(s)) ds, \quad 0 \leq t < 1.$$

Αποδείξτε ότι

$$\exists \lim_{t \rightarrow 1^-} g(t).$$

2). Δίνεται η συνάρτηση $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ φραγμένη και Riemann ολοκληρώσιμη. Με χρήση του κριτηρίου Riemann αποδείξτε ότι η συνάρτηση $|f|$ είναι Riemann ολοκληρώσιμη επίσης.

3). Δίνεται η συνάρτηση $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ φραγμένη και Riemann ολοκληρώσιμη. Με χρήση του κριτηρίου Riemann αποδείξτε ότι η συνάρτηση f^3 είναι Riemann ολοκληρώσιμη επίσης.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!