

ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

(Φυλλάδιο 5)

1). Βρείτε όλες τις Riemann ολοκληρώσιμες συναρτήσεις (στα φραγμένα διαστήματα) f για τις οποίες ισχύει:

$$f(t) = 1 + \int_0^t f(s) ds, \quad t \in \mathbf{R}.$$

2). Έστω $f \in C([0, +\infty))$ είναι τέτοια ώστε να ικανοποιεί:

$$f(t) \leq 1 + \int_0^t f(s) ds, \quad t \geq 0.$$

Αποδείξτε ότι

$$f(t) \leq e^t, \quad t \geq 0.$$

3). Αποδείξτε ότι υπάρχουν άπειρες συνεχείς συναρτήσεις $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ τις οποίες και να προσδιορίσετε, που να ικανοποιούν:

$$f^2(t) = 1 + \int_0^t f(s) ds, \quad t \geq 0.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!