



Πέμπτη 8 Δεκεμβρίου 2022

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

(Τμήμα Α)

Φυλλάδιο 10

1)⊗. Να εξεταστούν ως προς τη σύγκλιση οι σειρές:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^3+3n+5}, \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^2+3n+1}.$$

2). Να εξεταστούν ως προς τη σύγκλιση οι σειρές:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos n}{n^2+1}, \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 \sin(n^2+2)+1}{n^2+2}.$$

3)⊗. Να εξεταστούν ως προς τη σύγκλιση οι σειρές:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}, \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}}.$$

4).⊗. Να εξεταστούν ως προς τη σύγκλιση οι σειρές:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n}{n^3+n+1}, \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n (1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n})}{n+1}.$$

5)⊗. Αποδείξτε τη σύγκλιση της σειράς

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n} - \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right).$$

6)[⊗]. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \ln \left(\frac{n+1}{n} \right), \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \quad c) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n}.$$

7). Δίνεται η συγκλίνουσα σειρά

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n. \quad (*)$$

α) Εάν $a_n \geq 0$, $\forall n \in \mathbf{N}$, αποδείξτε τότε πως και η σειρά

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$$

θα είναι συγκλίνουσα επίσης.

β) Δώστε ένα παράδειγμα σειράς που ικανοποιεί την (*) και που η σειρά $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ δεν συγκλίνει.

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!