



Πέμπτη 6 Οκτωβρίου 2022

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

(Τμήμα Α)

Φυλλάδιο 2

1)[⊗]. Βρείτε τα $x \in \mathbf{R}$ ώστε να ισχύει

$$(x - 1)(x + 2)^2(x - 3)^3(x + \sqrt{2}) < 0.$$

2). Βρείτε τα $x \in \mathbf{R}$ ώστε να ισχύει

$$\sin x < \frac{1}{2}.$$

3)[⊗]. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $f : (-\infty, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ με τύπο

$$f(x) = -x^2 + x - 1, \quad \forall x \in (-\infty, 3].$$

4)[⊗]. Αν $x \geq 0$ και $n \in \mathbf{N}$ αποδείξτε ότι

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2} x^2.$$

5)[⊗]. Έστω $a, b \in \mathbf{R}$ με $a < b$. Αποδείξτε πως για κάθε $n \in \mathbf{N}$ αρκετά μεγάλο, υπάρχουν $m \in \mathbf{Z}$ ώστε να ισχύει

$$a < \frac{\sqrt{3} + m}{\sqrt{2} + n} < b.$$

6)[⊗]. Διατυπώστε με τη μέθοδο της απαγωγής σε άτοπο τις προτάσεις:

α) Αν $x \in \mathbf{Q}$ και $y \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$, τότε $x + y \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$.

β) Αν $|x - 1| < \frac{1}{2}$ και $|y + 1| < \frac{1}{2}$, τότε $x + y < 1$.

γ) Η $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ είναι αύξουσα συνάρτηση.

7). Έστω $x \in (0, \frac{\pi}{2})$. Με χρήση του τριγωνομετρικού κύκλου και εμβαδού τριγώνου, αποδείξτε την ανισότητα

$$\sin x < x < \tan x.$$

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με \otimes

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!