



Πέμπτη 27 Οκτωβρίου 2022

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

(Τμήμα Α)

Φυλλάδιο 5

1)[⊗]. Υπολογίστε τα όρια

$$a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^n, \quad b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{2n}\right)^n.$$

2)[⊗]. Υπολογίστε τα όρια

$$a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n^3}\right)^n, \quad b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n^3}.$$

3)[⊗]. Δίνεται ακολουθία $\{a_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ που ικανοποιεί

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{1}{a_n}, \quad \forall n \in \mathbf{N}.$$

Αποδείξτε ότι η ακολουθία a_n είναι συγκλίνουσα και βρείτε το όριο

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n.$$

4)[⊗]. Με χρήση του ορισμού αποδείξτε ότι

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2) = 3, \quad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x^2} = 2.$$

5). Με χρήση του ορισμού υπολογίστε τα όρια

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + 1), \quad b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 1}{x}.$$

6)[⊗]. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 1, \\ 2x - 1, & x > 1. \end{cases}$$

Αποδείξτε πως δεν υπάρχει το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x).$$

7). Δίνεται συνάρτηση $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ για την οποία ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1.$$

Αποδείξτε πως υπάρχει $\delta > 0$ έτσι ώστε να ισχύει

$$-\frac{3}{2} < f(x) < -\frac{1}{2}, \quad \forall x, 0 < |x - 1| < \delta.$$

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!