



Πέμπτη 10 Νοεμβρίου 2022

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

(Τμήμα Α)

Φυλλάδιο 6

1)<sup>⊗</sup>. Έστω  $\theta > 0$ . Αποδείξτε ότι υπάρχει  $x > 0$  ώστε να ισχύει:

$$x^3 - 3x = \theta.$$

2)<sup>⊗</sup>. Αποδείξτε ότι η εξίσωση

$$e^x = x + 2,$$

έχει τουλάχιστον δύο λύσεις.

3)<sup>⊗</sup>. Έστω  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  συνεχής συνάρτηση. Αποδείξτε πως υπάρχει  $\xi \in [0, 1]$  τέτοιο ώστε να ισχύει

$$f(\xi) = \xi^3.$$

4)<sup>⊗</sup> Αποδείξτε ότι η εξίσωση

$$\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x} + \frac{4}{x-1} + \frac{5}{x-2} = 0$$

έχει λύσεις σε κάθε διάστημα

$$(-1, 0), (0, 1), (1, 2).$$

5). Έστω  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  συνάρτηση τέτοια ώστε η

$$f^3 + f,$$

να είναι συνεχής  $\forall x \in \mathbf{R}$ . Αποδείξτε πως και η  $f$  είναι συνεχής  $\forall x \in \mathbf{R}$ .

6)<sup>⊗</sup>. Βρείτε με απόδειξη όλες τις συνεχείς συναρτήσεις  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , για τις οποίες ισχύει

$$(f(x) - x^2)(f(x) - 2x + 1) = 0, \quad \forall x \in \mathbf{R}.$$

7). Αποδείξτε ότι η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

δεν είναι παραγωγίσιμη στο 0.

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με ⊗

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**