



Πέμπτη 25 Νοεμβρίου 2022

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

(Τμήμα Α)

Φυλλάδιο 8

1)[⊗]. Να γίνει ένας πρόχειρος σχεδιασμός της $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ με τύπο

$$f(x) = x^2 \ln x, \quad x > 0.$$

2). Να γίνει ένας πρόχειρος σχεδιασμός της $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ με τύπο

$$f(x) = x^2 e^{-x}, \quad x \in \mathbf{R}.$$

3)[⊗]. Αποδείξτε την ανισότητα

$$(1+x)^\alpha < 1 + \alpha x, \quad \forall x > -1, 0 < \alpha < 1.$$

4)[⊗]. Αποδείξτε την ανισότητα

$$x - 1/2x^2 < \ln(1+x) < x, \quad \forall x > 0.$$

5)[⊗]. Αποδείξτε την ανισότητα

$$xy \leq x \ln x + e^{y-1}, \quad \forall x > 0, y > 0.$$

6)[⊗]. Έστω $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ παραγωγίσιμη συνάρτηση $[0, 1]$, 2 φορές παραγωγίσιμη στο $(0, 1)$ και τέτοια ώστε να ισχύει

$$f(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad f'(0) = 0, \quad f'(1) = 0.$$

Αποδείξτε ότι υπάρχει $\xi \in (0, 1)$ ώστε να ισχύει

$$|f''(\xi)| \geq 4.$$

7). Βρείτε όλες τις παραγωγίσιμες συναρτήσεις $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ για τις οποίες ισχύει ισχύει

$$f'(x) = f(x), \quad \forall x \in \mathbf{R}.$$

Οι ασκήσεις για παράδοση σημειώνονται με \otimes

Η παράδοση των ασκήσεων θα γίνεται προσωπικά την ώρα των Ασκήσεων (Εργαστήριο)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!