

Τρίτη 15 Οκτωβρίου 2013

A. Τερτίκας

**ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ**

Φυλλάδιο 1

1. Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$y'(t) + \alpha y(t) = \beta, \quad t > 0,$$

$$y(0) = c,$$

όπου  $\alpha, \beta, c \in \mathbb{R}$ . Στη συνέχεια να αποδείξετε ότι αν  $\alpha > 0$ , τότε

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \frac{\beta}{\alpha}.$$

2. Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$y'(t) = t y^2(t), \quad t > 0,$$

$$y(0) = 1.$$

Στη συνέχεια να αποδείξετε ότι

$$\lim_{t \rightarrow +\sqrt{2}^-} y(t) = +\infty.$$

3. Έστω  $y : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  είναι διαφορίσιμη συνάρτηση για την οποία ισχύει

$$y'(t) + \alpha t y(t) > 0, \quad t > 0,$$

$$y(0) = 0.$$

Να αποδείξετε ότι

$$y(t) > 0, \quad t > 0.$$

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**