

**ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ**

(Φυλλάδιο 2)

1. Δίνεται το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$\begin{aligned}y'(t) &= y(t) - y^2(t), \quad t \in \mathbf{R}, \\y(0) &= c.\end{aligned}$$

Είναι το πρόβλημα καλά τοποθετημένο αν  $c \in [0, 1]$ ? Τι γίνεται αν  $c \in [1/2, 1]$ ?2. α) Να βρείτε όλες τις συνεχείς συναρτήσεις  $\phi$  που ικανοποιούν

$$(\star) \quad t^2 + \phi(t) = \int_0^t s\phi(s) ds$$

β) Στη συνέχεια να βρείτε όλες τις Riemann ολοκληρώσιμες συναρτήσεις  $\phi$  που ικανοποιούν την  $(\star)$ .

3. Αποδείξτε το μονοσήμαντο των λύσεων του ΠΑΤ

$$\begin{aligned}y'(t) &= y^2(t), \quad t > 0, \\y(0) &= 0.\end{aligned}$$

Υπόδειξη : Δείτε τί γίνεται αν για κάποια τιμή  $t_0 > 0$ , ισχύει  $y(t_0) > 0$ .**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**