



Πέμπτη 28 Σεπτεμβρίου 2023

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 1

1. Δίνεται το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$\begin{aligned}y'(t) + \alpha y(t) &= \beta, \quad t > 0, \\y(0) &= c,\end{aligned}$$

όπου $\alpha, \beta, c \in \mathbf{R}$. Στη συνέχεια να αποδείξετε ότι αν $\alpha > 0$, τότε

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \frac{\beta}{\alpha}.$$

2. Να λυθεί το Πρόβλημα Αρχικών Τιμών

$$\begin{aligned}y'(t) &= 3t^2 y^2(t), \quad t > 0, \\y(0) &= 1.\end{aligned}$$

Στη συνέχεια να αποδείξετε ότι

$$\lim_{t \rightarrow 1^-} y(t) = +\infty.$$

3. Έστω $y : [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ είναι συνεχής στο $[0, +\infty)$ και παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ για την οποία μάλιστα ισχύουν:

$$\begin{aligned}y'(t) + 3t^2 y(t) &> 0, \quad t > 0, \\y(0) &= 0.\end{aligned}$$

Να αποδείξετε τότε ότι

$$y(t) > 0, \quad \forall t > 0.$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!