



Πέμπτη 5 Οκτωβρίου 2023

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

**ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΙΣΩΣΕΙΣ**

Φυλλάδιο 2

1. α) Να βρείτε όλες τις συνεχείς συναρτήσεις  $\phi$  που ικανοποιούν

$$(*) \quad t + 2\phi(t) = \int_0^t \phi^2(s) ds, \quad t \geq 0.$$

β) Στη συνέχεια να βρείτε όλες τις Riemann ολοκληρώσιμες συναρτήσεις  $\phi$  που ικανοποιούν την (\*).

2. Δίνεται η συνάρτηση  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$  με τύπο

$$f(t) = \begin{cases} 0 & , \text{αν } 0 \leq t \leq 1, \\ 1 & , \text{αν } t > 1. \end{cases}$$

Βρείτε όλες τις συνεχείς συναρτήσεις που ικανοποιούν την ολοκληρωτική εξίσωση

$$t^2 + \phi(t) = \int_0^t f(s) \phi(s) ds, \quad \forall t \geq 0.$$

Είναι οι συναρτήσεις παραγωγίσιμες; Ποιά Διαφορική εξίσωση ικανοποιούν;

3. Να βρείτε (με απόδειξη) όλες τις λύσεις του ΠΑΤ

$$3y'(t) = 10t y^{\frac{2}{5}}(t), \quad t > 0,$$

$$y(0) = 0.$$

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**