



Πέμπτη 2 Νοεμβρίου 2023

Διδάσκων: Αχιλλέας Τερτίκας

ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φυλλάδιο 6

1. Έστω  $f : [0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$  συνεχής συνάρτηση, είναι τέτοια ώστε

$$\int_0^{+\infty} \frac{dt}{f(t)} < +\infty.$$

Αποδείξτε πως για κάθε λύση του του Π.Α.Τ.

$$\begin{aligned} y'(t) &= f(y(t)), \quad t > 0, \\ y(0) &= 1, \end{aligned}$$

το μεγιστικό τους διάστημα είναι φραγμένο.

2. Έστω  $f : [0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$  συνεχής συνάρτηση, είναι τέτοια ώστε

$$\int_0^{+\infty} \frac{dt}{f(t)} < +\infty.$$

Αποδείξτε πως για κάθε λύση του του Π.Α.Τ.

$$\begin{aligned} y'(t) &= 2(1+t)f(y(t)) + t^2, \quad t > 0, \\ y(0) &= 0, \end{aligned}$$

το μεγιστικό τους διάστημα είναι φραγμένο.

3. Έστω  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  συνεχής συνάρτηση για την οποία υπάρχουν συνεχείς συναρτήσεις  $g, h : \mathbf{R} \rightarrow [1, +\infty)$  που ικανοποιούν

$$|f(t, x)| \leq g(t) |x| + h(t), \quad \forall t \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}.$$

Αποδείξτε πως για κάθε λύση του του Π.Α.Τ.

$$\begin{aligned} y'(t) &= f(t, y(t)), \quad t > 0, \\ y(0) &= 0, \end{aligned}$$

το μεγιστικό τους διάστημα είναι το  $[0, +\infty)$ .

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**